

Prove di Matematica – Ammissione al I Anno del Corso Ordinario

Prerequisiti

Aritmetica:

- Frazioni e rappresentazione decimale.
- Numeri razionali e reali.
- Disuguaglianze.
- Progressioni aritmetiche e geometriche.
- Media aritmetica e geometrica di numeri positivi.
- Divisione con resto.
- Divisibilità, massimo comun divisore, minimo comune multiplo.
- Algoritmo di Euclide per il calcolo del massimo comun divisore.
- Numeri primi e scomposizione di un intero in fattori primi.

Algebra:

- Binomio di Newton e triangolo di Tartaglia.
- Polinomi e operazioni algebriche fra polinomi.
- Divisione con resto tra polinomi. Teorema di Ruffini.
- Teorema di identità dei polinomi. Relazioni fra coefficienti e radici.
- Equazioni di secondo grado. Grafico di un trinomio di secondo grado.
- Potenze, funzioni esponenziali, logaritmiche e trigonometriche e loro rappresentazione grafica.

Geometria:

- Elementi di geometria piana. Incidenza, perpendicolarità, parallelismo.
- Figure e poligoni convessi.
- Trasformazioni geometriche del piano e loro composizione.
- I teoremi di Talete, Euclide e Pitagora.
- Criteri di congruenza e similitudine dei triangoli.
- Punti notevoli di un triangolo.
- Proprietà del cerchio (corde, secanti, tangenti, archi, angoli al centro e alla circonferenza).

- Somma degli angoli interni e degli angoli esterni di un poligono convesso.
- Area dei poligoni e del cerchio.
- Le coniche.
- Poliedri convessi. Poliedri regolari. Formula di Eulero.
- La sfera, il cono, il cilindro.
- Il piano cartesiano. Rappresentazione di rette, cerchi, parabole, ellissi, iperboli.
- Trigonometria.

Teoria degli insiemi:

- Proprietà elementari degli insiemi.
- Relazioni di equivalenza e di ordine.
- Funzioni. Iniettività, surgettività e bigettività.
- Elementi di calcolo combinatorio. Coefficienti binomiali.
- Principio di induzione.
- Cenni di probabilità elementare.

Testi consigliati

I problemi di matematica della Scuola Normale Superiore di Pisa – Boringhieri

R. Courant, H. Robbins, Che cos'è la matematica? – Zanichelli

Esempi di problemi della prova scritta

- Sia p un numero primo tra 101 e 199, cioè della forma “ $1ab$ ”, $p=100 + 10a + b$, con a e b interi tra 0 e 9. Si mostri che allora il polinomio x^2+ax+b non ha radici intere.
- Un papà ha 10 monete dello stesso valore (indistinguibili). In quanti modi le può distribuire tra i suoi tre figli, tenendone eventualmente alcune per se (anche tutte!)?

Esempi di domande alla prova orale

- Si mostri che le tre altezze di un triangolo acutangolo sono le bisettrici del triangolo di vertici i piedi di tali altezze.
- Giocando 4 numeri su una ruota (estrazione di 5 numeri su 90 possibili), si possono fare esattamente 4 ambi?

Prove di Fisica – Ammissione al I Anno del Corso Ordinario

Prerequisiti

- Cinematica; leggi di Newton; meccanica elementare del corpo rigido; principi di conservazione dell'energia, della quantità di moto e del momento angolare; urti; legge della gravitazione universale e leggi di Keplero; oscillatori meccanici.
- Cenni di meccanica dei fluidi, teorema di Bernoulli; fenomeni ondulatori e cenni di acustica.
- Termologia; leggi dei gas; i primi due principi della termodinamica; cicli termodinamici; teoria cinetica dei gas.
- Ottica geometrica: riflessione e rifrazione della luce; proprietà ondulatorie della luce: interferenza e diffrazione.
- Elettrostatica; correnti elettriche; magnetostatica; induzione.
- Elettromagnetica; circuiti oscillanti e onde elettromagnetiche.

Esempi di problemi della prova scritta

- Un cacciatore vuole sparare col suo fucile a una scimmia aggrappata sul ramo di un albero. Il cacciatore sa però che appena la scimmia sentirà il colpo di fucile si lascerà cadere dal ramo. Si determini dove deve mirare il cacciatore per essere sicuro di colpire la scimmia
- Recentemente sono stati ritrovati alcuni lavori non pubblicati del Barone di Munchausen. In uno di questi i suoi calcoli indicano che l'energia del sole sarà un giorno esaurita, causando il congelamento della Terra e dei suoi abitanti. Per ovviare a questa fine inevitabile egli propose di costruire un grande pallone rigido vuoto da ogni gas di 1km di raggio e attaccarlo alla terra tramite un lungo e leggero cavo molto resistente. La terra sarebbe così spinta attraverso lo spazio verso la stella più vicina dalla forza di Archimede trasmessa tramite la corda alla terra. Si stimi la forza sulla corda assumendo che il pallone abbia massa nulla. Si discuta la realizzabilità dell'idea del Barone.

Esempi di domande alla prova orale

- Nel circuito refrigerante di un motore a scoppio la pressione p è maggiore di quella atmosferica. Se T_0 è la temperatura di ebollizione, una volta spento il motore, che succede a pressione e temperatura di ebollizione dopo che si è aperto il tappo del liquido refrigerante?
- Sia g' l'accelerazione gravitazionale determinata nel centro della luna dal campo gravitazionale terrestre. Date M e m le masse della Terra e della Luna, si determini l'accelerazione determinata dal campo gravitazionale della Luna nel centro della Terra.